CONSIGLIO NAZIONALE DEGLI ATTUARI
ORDINE NAZIONALE DEGLI ATTUARI
ISTITUTO ITALIANO DEGLI ATTUARI

ATTI

DEL

IV CONGRESSO NAZIONALE DEGLI ATTUARI

ROMA, 10-11-12 APRILE 1986

LUCIANO DABONI

LA RISERVA DI EQUILIBRIO PER L'IMPRESA DI ASSICURAZIONI

1) Con riferimento alla gestione degli affari assicurativi (dei rami danni) si consideri, in particolare, il "risultato tecnico d'esercizio (annuale)" ovvero l'importo pari alla differenza tra premi di competenza, P, e sinistri di competenza, S, dell'esercizio. Si intenda propriamente riferirsi al risultato tecnico al netto della riassicurazione, sicchè in tal senso vanno intese le competenze premi e sinistri.

Ovviamente, all'inizio di ogni esercizio il risultato tecnico d'esercizio è un importo aleatorio la cui previsione (o valore medio) è, per effetto della politica assuntiva, gestionale, tariffaria, riassicurativa, un importo positivo.

Di fatto però alla chiusura dell'esercizio, nella differenza, P - S, si legge un importo ("stimato" perché stimate sono le riserve premi e riserve sinistri e quindi le competenze premi e sinistri) che si scosta anche notevolmente dalla previsione potendo assumere, in qualche esercizio, anche valori negativi con il che l'impresa deve registrare una "perdita tecnica".

Anzichè alla differenza, P - S, tra premi di competenza e sinistri di competenza, è usuale riferirsi, per la valutazione delle risultanze tecniche, al rapporto, S/P, delle due competenze, detto sbrigativamente rapporto sinistri/premi ("loss ratio" nella terminologia anglosassone).

D'ordinario anzi, si esamina l'andamento tecnico degli affari attraverso i valori del rapporto sinistri/premi, con riferimento ad ogni singolo ramo esercitato dall'impresa.

Chiaramente, se la previsione della differenza P - S è positiva quella del rapporto $l = S/P$ è un numero minore di 1, il suo valore essendo caratteristico del ramo. (*)

Tutto ciò è ben noto, com'è noto altresì che, per effetto dell'alea intrinsecamente presente negli affari assicurativi, l'andamento nel tempo (esercizio dopo esercizio) del rapporto $l = S/P$ (e quindi della differenza

P - S) presenta oscillazioni anche molto marcate attorno ad un valore medio. E ciò in misura differenziata per i vari rami.

Tali fatti, facilmente compresibili per particolari rami (grandine, calamità naturali), si manifestano anche, in misura esaltata in epoca moderna, in tutti gli altri rami. Lo si intende pensando agli effetti dei profondi mutamenti economici conseguenti agli impieghi di tecnologie sempre più avanzate, alla concentrazione sempre più alta dei valori assicurati, ai fatti inflattivi.

Le fluttuazioni delle risultanze tecniche sono state da sempre fronteggiate con politiche di adeguamento dei premi e di frazionamento dei rischi (riassicurazione e coassicurazione). Occorre però tener presente che l'adeguamento dei premi non può avvenire che in modo sfasato e sempre condizionato dal mercato; così come condizionato dal mercato è il ricorso, costoso, alla cessione di rischi. Avviene comunque che anche la più accorta politica tariffaria, la più attenta politica gestionale, la più intelligente politica riassicurativa lasciano spazio al manifestarsi dell'indesiderato fenomeno della fluttuazione nel tempo del risultato tecnico.

Appare naturale dunque far ricorso a strumenti che possano attenuare il più possibile gli effetti negativi di tali fluttuazioni ammortizzandole ogni volta che esse si manifestano e contando, allo scopo, su una "compensazione nel tempo" che, non per magia ma per lungimirante politica di impresa, può di fatto intervenire con effetti positivi sulla stabilità degli affari.

Ispirandosi a tali considerazioni si presenta spontanea l'esigenza di costituire un fondo che alimentandosi negli anni "buoni" con (parte degli) utili tecnici sia in grado di sanare (parte delle) perdite registrabili in anni "cattivi".

Si tratta di fissare in modo conveniente un livello massimo (ed eventualmente anche uno minimo) di tale fondo e di regolamentarne le entrate e i prelievi dando vita così ad una politica di accantonamento degli "utili tecnici" che risulti tecnicamente valida per l'assicuratore e accettabile per gli azionisti e per le autorità di controllo fiscale.

Ovviamente gli accorgimenti per ammortizzare le oscillazioni del risultato tecnico e far apparire nei bilanci una certa regolarità dell'andamento della gestione tecnica non sono mai mancati.

La prassi, però, di far ricorso ad una specifica "riserva" di evidente natura tecnica, è stata introdotta in epoca relativamente recente e non è

tuttora regolamentata altro che in pochi paesi della C.E.E. e fuori di questa comunità.

E' datata al 1953 l'autorizzazione rilasciata dalle autorità di controllo finlandesi alle imprese assicuratrici di quel Paese di costituirsi una "riserva di fluttuazione" da far figurare in bilancio nella voce "riserve sinistri".

E' interessante osservare, in proposito, che in quegli anni si stava affrontando in seno alla C.E.E., lo studio di modelli per l'individuazione della "solvibilità" dell'impresa di assicurazioni.

E' ben noto che tali studi portarono, nel luglio 1973, all'emanazione di una direttiva per l'esercizio delle assicurazioni contro i danni, che stabilisce l'obbligo per l'impresa di dichiarare il proprio "margine di solvibilità" la cui misura minima è stata fissata con criteri che si rifanno alla teoria del rischio (probabilità di "rovina" in un esercizio) e che sono, pertanto, peculiari dei soli aspetti tecnici della gestione piuttosto che della multivariegata attività dell'impresa assicuratrice.

In Finlandia, è noto, non è stato seguito questo orientamento. Si è preferito isolare il "rischio di insolvenza" dovuto alla gestione tecnica dagli altri, molti, rischi caratteristici dell'assicuratore nei riguardi della sua solvibilità (rischi di cambio, di insolvenza del riassicuratore ...). E per la parte di rischio imputabile alla gestione tecnica si è provveduto, appunto, alla costituzione di una apposita riserva tecnica.

Anche in Germania (dal 1952) si è pensato di far ricorso a riserve specifiche per fronteggiare l'irregolarità dell'andamento aleatorio delle risultanze tecniche dei rami danni. Mi riferirò nel seguito alla regolamentazione in vigore in quel Paese dal 1978.

Segnalo, infine, a chiusura di queste premesse, che pure in Italia si è provveduto (dal 1981) a far posto tra le riserve tecniche a fondi speciali di riserva per ammortizzare le oscillazioni dei risultati tecnici di taluni rami (grandine e altre calamità naturali, credito e cauzioni, rischi atomici).

E' resa obbligatoria, in proposito, la costituzione, per quei rami, di una riserva sotto forma di "integrazione della riserva premi" nella misura e con le modalità di cui farò cenno nel seguito.

2) Nell'intento ora di descrivere, sia pure succintamente, i modelli di riserva di equilibrio impiegati in Finlandia e in Germania riassumerò, cercando di inquadrare il discorso in una visione unitaria,

quanto ho avuto occasione di leggere nei rapporti citati in bibliografia e gentilmente messi a mia disposizione dall'Ufficio Studi delle Assicurazioni Generali.

Torna utile premettere una notizia sulla costruzione di una formula che sarà largamente impiegata nel seguito e che stabilisce un legame tra i frattili di una generica distribuzione di probabilità e gli analoghi frattili della distribuzione normale standard.

Precisamente, indicate con $F(x)$ e $\Phi(x)$ le funzioni di ripartizione di una generica variabile aleatoria X, rispettivamente della variabile normale standard, N, e denotando per ogni ε dell'intervallo (0,1) con x_ε e y_ε la (minima) determinazione di X, rispettivamente quella di N per le quali riesce

$$F(x_\varepsilon) = \Phi(y_\varepsilon) = 1 - \varepsilon ,$$

trattasi di ricercare una relazione del tipo $x_\varepsilon = f(y_\varepsilon)$ che espliciti il legame tra i frattili dello stesso ε - ordine di X e di N.

Sussiste, com'è noto, lo sviluppo di Edgeworth

$$F(x) = \Phi\left(\frac{x-m}{\sigma}\right) - \frac{1}{3!}\gamma\Phi'''\left(\frac{x-m}{\sigma}\right) + \dots$$

ove m, σ, γ sono rispettivamente il valor medio, lo scarto quadratico medio e il coefficiente di asimmetria della distribuzione di X.

Si hanno pretanto le

$$\begin{aligned} F(x_\varepsilon) &= F(m + \sigma y_\varepsilon + x_\varepsilon - (m + \sigma y_\varepsilon)) = \\ &= F(m + \sigma y_\varepsilon) + [x_\varepsilon - (m + \sigma y_\varepsilon)]\ F'(m + \sigma y_\varepsilon) = \\ &= \Phi(y_\varepsilon) - \frac{1}{3!}\gamma\Phi'''(y_\varepsilon) + [x_\varepsilon - (m + \sigma y_\varepsilon)]\ \frac{1}{\sigma}\Phi'(y_\varepsilon) + \dots \end{aligned}$$

e sussiste, quindi, l'approssimazione

$$\frac{1}{3!}\gamma\Phi'''(y_\varepsilon) \approx - [x_\varepsilon - (m + \sigma y_\varepsilon)]\ \frac{1}{\sigma}\Phi'(y_\varepsilon)$$

che, tenuto conto delle espressioni esplicite delle derivate prima e terza della $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-t^2/2}\,dt$ e dopo alcuni elementari passaggi, porge la

(1) $$x_\varepsilon \approx m + \sigma\left[y_\varepsilon + \frac{1}{3!}\gamma\,(y_\varepsilon^2 - 1)\right]$$

Giova aver presente che per $\varepsilon = 0{,}05$ è $y_\varepsilon = 1{,}64$ mentre è $y_\varepsilon = 2{,}326$ se $\varepsilon = 0{,}01$. Se $\gamma = 0$ (distribuzione simmetrica di X) si ha $x_\varepsilon \approx m + \sigma y_\varepsilon$

3) Vediamo ora come sia stato costruito e come funzioni il modello finlandese di riserva di equilibrio.

Sono previsti per ogni esercizio e per la globalità dei rami un livello minimo, $\underline{R}$, ed un livello massimo, $\overline{R}$, di riserva. E' prescritta poi la regola di movimentazione (prelievo, accantonamento) ΔR_K della riserva dei singoli rami (l'indice K facendo riferimento, appunto, al generico di essi).

Il livello, $\underline{R}$, di riserva minima rimane individuato richiedendo che sia pari a 0,01 la probabilità di rovina nell'esercizio dell'impresa che dispone, all'inizio, di un fondo di garanzia M e, appunto, di $\underline{R}$ e che introita un monte premi puri P a fronte dell'impegno di un globale risarcimento aleatorio X. Indicato con u il fattore di capitalizzazione annuo (tasso di interesse riconosciuto, 5%) dev'essere dunque verificata la

(2) $$\text{Prob}\ \{ u(M + \underline{R}) + u^{1/2}(P - X) \geq 0 \} = 0{,}99$$

(di immediata interpretazione), ovvero la

$$\text{Prob}\ \{ X \leq P + u^{1/2}(M + \underline{R}) \} = 0{,}99.$$

Impiegando a questo punto la (1) con $\varepsilon = 0{,}01$, rimane stabilita la

$$P + u^{1/2} (M + \underline{R}) = E(X) + [y_{0,01} + \frac{1}{3!}\gamma (y_{0,01} - 1)]\, \sigma (X)$$

dalla quale scende finalmente la

$$\underline{R} = u^{-1/2} \,[\, E(X) - P + (2,326 + 0,735\ \gamma)\ \sigma (X)\,] - M.$$

Circa la valutazione del risarcimento medio E (X) e del suo scarto q.m. $\sigma (X)$ si procede poi come segue.

Si postula che per ogni singolo ramo il risarcimento X_K segua una distribuzione di Poisson composta generalizzata,

$$X_K = \sum_{0}^{N_K}{}_h\, Y_h^{(K)}$$

ove N_K, che conta il numero aleatorio di sinistri che colpiranno i contratti assicurati del K-esimo ramo, segue una distribuzione di Poisson con parametro aleatorio, n_K, Λ_K;

Va inteso che n_K è la previsione del numero di sinistri incombenti in un esercizio sul ramo e Λ_K è una variabile aleatoria di valor medio 1 e varianza V_K.

Ancora; denotino $[m_1]_K$, $[m_2]_K$ $[m_3]_K$ i momenti primo, secondo e terzo delle variabili $Y_h^{(K)}$, entità del risarcimento per singolo sinistro del ramo, supposte ugualmente distribuite e indipendenti.

Da quanto precede scende intanto che il monte premi puri del ramo K-esimo è pari a $P_K = n_K [m_1]_K$.

Si tiene conto, a questo punto, della "variabilità della base tecnica N_K" assumendo semplicemente le

$$E(X_K) = E(N_K)\ E(Y_h^{(K)}) = n_K (1 + q_K)\, [m_1]_K,$$

$$\mathrm{var}\,(X_K) = E(N_K)\ E(Y_h^{(K)^2}) = n_K (1 + q_K)\, [m_2]_K,$$

$$\mu_{3,K} = E[X_K - E(X_K)]^3 = E(N_K)\, E(Y_h^{(K)^3}) = n_K (1 + q_K)\, [m_3]_K$$

ovvero ricorrendo ad un modello poissoniano composto in cui il parametro di N_K è certo ed uguale a n_K $(1+q_K)$.

I numeri q_K sono valori caratteristici di ramo, che possono ricavarsi in via teorica in termini della varianza V_K e ne riescono una funzione crescente. Le autorità di controllo finlandesi hanno concordato sulla fissazione di valori q_K, compresi generalmente tra 0,2 e 0,8 per ogni singolo ramo.

Conta però sopra tutto fissare l'attenzione sul fatto che in questo schema la variabilità delle risultanze tecniche è imputata alla "variabilità della base tecnica" e più precisamente alla variabilità della "frequenza di sinistro", a causa della quale si manifesterebbe un divario positivo, in media, tra risarcimento medio e monte premi puri; risulterebbe infatti

$$E(X) - P = \Sigma q_K\, n_K\, [m_1]_K = \Sigma q_K\, P_K$$

In conclussione rimane stabilita per il livello minimo $\underline{R}$ della riserva di equilibrio la

(3) $$\underline{R} = 0,976\ \Sigma q_K P_K + (2,27 + 0,718\,\gamma)\ \sigma - M$$

ove, ancora, $\sigma = (\Sigma\, n_K (1 + q_K)\, [m_2]_K)^{1/2}$ e

$$\gamma = (\Sigma\, n_K (1 + q_K)\, [m_3]_K)\ \sigma^{-3}$$

Il livello massimo, $\overline{R}$, della riserva è definito poi come il massimo dei valori R_h, $h = 1,2,\ldots 5$ soddisfacenti le

(4) $$\mathrm{Prob}\ \{u^h R_h + \sum_{1}^{h}{}_t\, u^{h-t+1/2} (P_t - X_t) \geq 0\} = 0,99$$

ove u è il detto fattore di capitalizzazione (pari a 1,05) mentre P_t e X_t sono il monte premi puri e il risarcimento globale del t-esimo esercizio.

Si assumono le ipotesi $P_t \equiv P_1 = n\, m_1$ e le X_t ugualmente distribuite, indipendenti.

Poiché in pratica R_h è dell'ordine di grandezza di $h.\sum q_K P_K$ riesce d'ordinario $\overline{R} = R_5$ e, in conclusione $\overline{R}$ è individuata dalla

$$\text{Prob}\,\{\sum_{1}^{5}{}_t\, u^{5-t+1/2} X_t \leq P \sum_{1}^{5}{}_t\, u^{5-t+1/2} + n^5 R_5\} = 0{,}99$$

A conti fatti risulta

$$\overline{R} = 4{,}436\, \sum q_K P_K + (4{,}626 + 0{,}658\gamma)\, \sigma \tag{5}$$

con le già ricordate espressioni per γ e σ.

Dal confronto tra la (3) e la (5) si ha poi la

$$\overline{R} \approx 4{,}5\, (\underline{R} + M) - (5{,}7 + 2{,}6\gamma)\, \sigma$$

Per quanto attiene la regolamentazione dei trasferimenti a fine esercizio, di importi nella e dalla riserva si fa ricorso, separatamente per ogni ramo, alla

$$\Delta R_K = i\, R_K^0 + (1+i)^{1/2} [\, (l_K + a_K)\, P_K - S_K\,] \tag{6}$$

ove, $i = 5\%$ è il tasso di interesse riconosciuto, R_K^0 è l'entità della riserva d'equilibrio del ramo alla fine dell'esercizio precedente, P_K e S_K rappresentano rispettivamente i premi puri introitati e gli esborsi per sinistri effettuati nell'esercizio, mentre l_K è un valore medio del rapporto sinistri/premi puri valutato secondo una formula fornita dalle autorità di controllo e relativo all'osservazione statistica degli ultimi cinque esercizi; il coefficente a_K è, infine, un coefficente correttivo che viene scelto, all'inizio dell'esercizio e in accordo con le autorità di controllo, nell'intervallo (0; 0,15).

Debbono essere soddisfatte, naturalmente, le $R_K \geq 0$, $\forall_K$; $\underline{R} \leq \sum R_K \leq \overline{R}$

Ove dovesse riuscire $R_K < 0$ per qualche ramo, si provvederebbe a trasferimenti da altri sin quando $R_K = 0$. Ove non venissero soddisfatte le $\underline{R} \leq \sum R_K \leq \overline{R}$ si provvederebbe a ridurre (o aumentare) i trasferimenti sino a vederle verificate.

La costruzione indicata appare indubbiamente ingegnosa specialmente nelle semplificazioni assunte nei riguardi della "variabilità della base tecnica". Le altre ipotesi sono piuttosto usuali. Va rilevata però quella che interviene nel calcolo di $\overline{R}$ e che postula la stazionarietà dei portafogli dei vari rami per un periodo di cinque anni. Si richiede, infine, il calcolo dei primi tre momenti delle distribuzioni di sinistro singolo.

4) Il modello tedesco, in vigore dal 1978, prevede che l'impresa debba costituire una riserva di equilibrio (Schwankungsrückstellung) per ogni ramo a condizione che per lo stesso siano soddisfatte talune condizioni e precisamente:

a) la media delle competenze premi dell'ultimo triennio deve essere non inferiore a 250.000 DM;

b) lo scarto q.m. del rapporto sinistri/premi (premi di tariffa) secondo la stima ricavata dall'osservazione dei quindici esercizi precedenti (trenta per i rami grandine e credito) deve riuscire non inferiore a 0,05;

c) una volta almeno nel periodo di osservazione l'esborso per indennizzi e spese deve aver superato la competenza premi dell'esercizio.

Quando siano soddisfatte le dette condizioni, l'importo massimo, R, della riserva d'equilibrio rimane individuato con il seguente procedimento.

Con riferimento ad un singolo esercizio si richieda che sia soddisfatta la

$$\text{Prob}\,\{X \leq E(X) + R\} = 0{,}95 \tag{7}$$

di immediata interpretazione ove si legga che X rappresenta il risarcimento aleatorio incombente nell'esercizio. Ne segue banalmente la

$$\text{Prob}\,\{\frac{X}{P} \leq E(\frac{X}{P}) + \frac{R}{P}\} = 0{,}95 \tag{7'}$$

ove P è la competenza premi lordi dell'esercizio stesso.

Dalla (7'), tenuto conto della (1) si trae la

$$\frac{R}{P} = [y_{0,05} + \frac{\gamma}{3!}(y_{0,05}^2 - 1)]\,\sigma\left(\frac{X}{P}\right)$$

e, denotato con λ il termine in parentesi quadra, rimane stabilita la

$$R = \lambda\sigma P \tag{8}$$

con $\lambda = 1{,}64$ se $\gamma = 0$ e $\lambda = 1{,}92$ se $\gamma = 1$

Con σ è indicata la stima, relativa al periodo di osservazione, dello scarto quadratico medio $\sigma\left(\frac{X}{P}\right)$.

La riserva di equilibrio calcolata secondo la (8) sarebbe destinata a fronteggiare una situazione aleatoria che fa riferimento ad un unico esercizio.

Occorre invece rifarsi ad un periodo di ampiezza sufficiente (in base alle osservazioni del passato) per stabilire una eventuale e auspicata compensazione tra gli scarti, in eccesso o in difetto, dei risarcimenti annuali rispetto alle loro speranze matematiche.

In luogo della (8) andrà pertanto considerata la

$$R = \lambda\sigma\sqrt{K}\,P \tag{8'}$$

essendo $\sigma\sqrt{K}\,P$ lo scarto quadratico medio della somma di K rapporti X/P ugualmente distribuiti, indipendenti.

Poiché, peraltro, l'importo R così calcolato riguarda una valutazione relativa all'arco temporale di K anni occorre tenere conto anche degli aspetti finanziari ad essa connessi e si perviene, finalmente, alla

$$R = v^{K/2}\Lambda\sigma\sqrt{K}\,P \tag{8''}$$

ove v è il fattore di sconto (tasso tecnico di interesse $i = 3{,}5\%$) e gli altri simboli mantengono il significato già dichiarato.

Assumendo $\lambda = 1{,}8$ e $K = 12$ il prodotto $v^{K/2}\sqrt{K}\,\lambda$ è pari a 5,07. Le autorità di controllo tedesche hanno disposto che la massima riserva di equilibrio ammonti a 4,5. σ P per tutti i rami distinti dai rami grandine e credito per i quali essa sale a 6.σ P.

I movimenti in entrata - uscita sono poi regolamentati dalla

$$\Delta R = 0{,}035\,R + (\bar{l} - l)\,P$$

ove R è il valore della massima riserva (che non può quindi essere superato per effetto di accantonamenti), $\bar{l}$ è la stima del valor medio del rapporto sinistri/premi, valutata con riferimento al periodo di osservazione statistica, mentre l è il valore del rapporto sinistri/premi dell'esercizio scorso.

E' regolamentata altresì la liquidazione della riserva nel caso cessino le condizioni che ne avevano imposto la costituzione e l'evoluzione degli affari non lasci intravvedere la necessità di ripristinarla nell'esercizio successivo.

5) Ho già accennato al fatto che in Italia si è provveduto, con decreti emanati nel 1981 e successivi dal Ministero competente, a rendere obbligatoria la costituzione per particolari rami di un'integrazione della riserva premi.

Limitando qui le notizie al ramo grandine (e altre calamità naturali) ricordo che l'integrazione in questione, la cui entità non può superare il 25% dei premi lordi dell'esercizio, è regolamentata come segue:

E' autorizzato il prelievo nella misura crescente linearmente dal 0,5% al 5% delle somme accantonate quando il rapporto sinistri/premi, l, varia crescendo tra 106% e 115%, livello sopra il quale il prelievo consentito è pari costantemente al 5%.

La particolare riserva è invece alimentata negli esercizi nei quali il rapporto l risulta non superiore all'84% e le aliquote di premio da accantonare variano crescendo linearmente dallo 0,5% al 5% al decrescere lineare di l dall'84% al 75%. Negli esercizi di sinistralità inferiore il contributo è costantemente pari al 5% dei premi (sino al raggiungimento del valore massimo consentito).

6) Ritengo istruttivo presentare, a questo punto, un'esemplificazione numerica dell'andamento di un ipotetico fondo di riserva d'equilibrio per il ramo grandine (portafoglio italiano, lavoro diretto, dati ANIA) nelle due ipotesi di adozione, dal 1975, del modello tedesco e di quello italiano.

Andamento di un ipotetico fondo di riserva d'equilibrio per il ramo grandine

Anni	Premi	l, $\bar{l}$, σ	Apporti	Prelievi	Consistenza
		96,6	1.865	– 5.274	
1975	35.640	81,8			
		24,8			
		111,9	2.752	– 15.633	
1976	52.637	82,2			
		24,9			
		89,5	3.566	– 3.980	
1977	66.337	83,5			
		25,6			
		85,5	5.043	– 2.785	2.258
1978	96.052	82,6			
		25			
		47,9	43.153		45.411
1979	111.621	81,5			
		24,1	(5.581)		(5.581)
		51,1	36.301		81.712
1980	109.263	79,2			
		24,4	(5.463)		(11.044)
		72,2	10.662		92.374
1981	91.681	78,6			
		24,9	(4.584)		(15.628)
		114,2	6.316	– 43.072	55.618
1982	123.770	79,4			
		24,3		– (703)	(14.924)
		68,8	28.763		84.381
1983	174.851	80,0			
		25	(8.742)		(23.667)
		84,4	10.815	– 10.464	84.732
1984	205.179	79,3			
		25,1			(23.667)

Sono tabellati, in corrispondenza a ciascun esercizio i valori di l, della sua media, $\bar{l}$, stimata in base all'osservazione di 26 anni precedenti (i dati disponibili riguardano il periodo successivo al 1949) e lo scarto q.m.σ, stimato sulla serie storica mobile.

Sono riportati poi in milioni di lire i premi, gli apporti e, col segno negativo, i prelievi di competenza di ciascun esercizio nonché la consistenza cumulata. Le cifre in parentesi si riferiscono al modello italiano.

L'esemplificazione riportata evidenzia la notevole differenza di movimentazione nei modelli tedesco e italiano. Anche il confronto tra i livelli massimi di riserva denuncia una palese insufficienza del modello italiano. In quello tedesco infatti il livello massimo R_{max}, pari a 6 σ P, è, nel caso illustrato, uguale a cira il 150% dei premi d'esercizio, mentre in Italia la massima integrazione è pari al solo 25% di quell'importo.

Nel 1984 quindi la riserva massima del nostro ipotetico portafoglio ammonterebbe a 307.768 milioni nel modello tedesco e a 51.294 milioni in quello italiano secondo il quale il massimo prelievo consentito ($l \geq 115\%$) sarebbe pari pertanto a 2.565 milioni. Nell'ipotetica situazione, $l \geq 115\%$ e integrazione massima già raggiunta, il divario tra risarcimenti e premi sarebbe stato però non inferiore a 0,15 P = 30.776 milioni.

Non si è riportato alcun dato relativo al modello finlandese perché, come visto nel discorso precedente, occorrerebbe conoscere molti elementi non statisticati per il nostro ipotetico portafoglio. Per fornire, comunque, qualche indicazione, orientativa almeno degli ordini di grandezza, possiamo adottare le seguenti ipotesi semplificative nei riguardi dell'applicazione delle formule (3) e (5).

a) Unico ramo; $q = 0{,}5$;

b) γ, coefficente di asimmetria, = 1 (come nel modello tedesco quando fosse ivi $\lambda = 1{,}92$);

c) $\sigma = P\hat{\sigma}(\frac{X}{P})$ essendo $\hat{\sigma}(\frac{X}{P})$ il valore stimato sulla base dell'osservazione dello sc.q.m del rapporto $l = X/P$ nei 26 anni precedenti l'esercizio; in pratica, anzi, assumiamo $\sigma = 0{,}25$ P.

Risulta allora dalle (3) e (5):

$$(3^*) \qquad \underline{R} = 0{,}976qP + (2{,}27 + 0{,}718)\,\sigma - M = (0{,}488 + 0{,}747)\,P - M = 1{,}235\,P - M;$$

$$(5^*) \qquad \overline{R} = 4{,}436qP + (4{,}626 + 0{,}658)\,\sigma = (2{,}218 + 1{,}321)\,P = 3{,}539\,P$$

Si ricordi, in proposito, che la massima riserva del modello tedesco è pari a 1,5 P. In presenza di un fondo di garanzia M la $\underline{R}$ potrebbe anche azzerarsi e la massima riserva del modello tedesco sarebbe pari alla metà di $\overline{R}$.

Circa poi i movimenti della riserva dovremmo considerarli, in assenza di un fondo iniziale, a partire del 1979 ove sarebbe stato accantonato l'importo $\Delta R = (1+i)^{1/2}\,[(\bar{l}+a) - l]\,P$

(vedi la (6) con $R^{\circ} = 0$ e $l = X/P$). Assumiamo qui

$i = 0{,}05$; $l = 0{,}479$; $\bar{l} = 0{,}815$ e $a = 0{,}1$

Si ottiene $\Delta R = 49.868$ prossimo a quanto accantonabile secondo il modello tedesco (con un 13% in più).

Lascio al lettore il compito, se ritiene di assumerlo, di proseguire l'esemplificazione numerica sui movimenti della riserva nel modello finlandese (con le ipotesi assunte), confidando di aver presentato sin qui un quadro sufficientemente esplicativo del problema.

(*) Indicate con E le spese (ad ogni titolo) d'esercizio (o di ramo) il rapporto $(S + E)/P$, detto "combined ratio" dovrebbe, in previsione, essere non superiore a 1. Ragionando per singoli rami va tenuto conto della maggiore o minore incidenza delle spese.

BIBLIOGRAFIA

[1] H.P.I. KARSTEN – Fluctuation Reserves. The Finnish System. General Insurance Conference. Cambridge, October 1980.

[2] H. NIELS – Zur Neuordnung der Rückstellung zum Ausgleich des schwankenden Jahresdedarfs, vw 3, 1979.

Stampato presso "Entergrafica s.r.l."
Via Savoia 24 - 00198 Roma